

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Равновесная статистическая механика сложных систем
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная и прикладная физика природных систем Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: С.Г. Абаимов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической физики им. Л.Д. Ландау 28.05.2021

## Аннотация

Курс посвящен фазовым переходам в нетепловых системах. На примере трех систем (модель Изинга, перколяция и разрушение) строятся аналогии между статистической физикой термодинамических и сложных систем. Подробно разбираются вопросы фрактальной кластерности, минимизации свободной энергии, спинодали, флуктуаций, корреляций, флуктуационно-диссипационной теоремы, ренормализационной группы, скейлинга и кроссовер эффектов.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Дать студентам знания, необходимые для описания физических явлений, и методы построения соответствующих математических моделей в области применения формализма статистической физики и теории фазовых переходов для изучения поведения сложных систем. Показать соответствие законов, положенных в основу описания флуктуационного и корреляционного поведения, а также скейлинг-закономерностей нетепловых сложных систем основным концепциям формализма статистической физики, что позволяет строить аналогии (отображения) между флуктуационным поведением сложных и термодинамических систем. Дать навыки, позволяющие на практике применять теорию фазовых переходов первого и второго рода к различным системам.

### Задачи дисциплины

- Изучение математического формализма фрактальных множеств;
- изучение формализма статистической физики неравновесных состояний и теории фазовых переходов первого и второго рода, критических и спиноподобных явлений;
- изучение флуктуационного и корреляционного поведения и отклика систем на внешнее воздействие, флуктуационно-диссипационной теоремы;
- изучение принципов построения ренормализационной группы и теории скейлинг-поведения систем;
- построение аналогий (отображений) между флуктуационным поведением нетепловых и термодинамических систем;
- овладение студентами навыками практического применения методов и подходов статистической физики и теории фазовых переходов к конкретным системам, как термодинамическим, так и нетепловым.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Постулаты и принципы статистической физики неравновесных состояний;  
 постулаты и принципы математического формализма фрактальных множеств;  
 основные методы и подходы теории фазовых переходов первого и второго рода, включая приближение среднего (самосогласованного) поля и построение законов скейлинга (самоподобия) на основе формализма ренормализационной группы;  
 методы построения аналогий в теории сложных систем;  
 подходы и методы построения корреляций, отклика и флуктуационно-диссипационной теоремы;  
 подходы и методы теории скейлинга (самоподобия), включая эффект конечного размера системы и кросс-овер эффекты.

уметь:

Применять постулаты и принципы статистической физики и математики фрактальных множеств для изучения законов поведения макроскопических систем;  
 применять на практике приближение среднего (самосогласованного) поля и методы ренормгруппы при решении задач физики фазовых переходов первого и второго рода как для термодинамических, так и для сложных систем;  
 строить аналогии (отображения) между флуктуационным поведением сложных систем и законами поведения термодинамических систем статистической физики;  
 применять подходы и методы теории фазовых переходов при изучении корреляционного поведения и отклика систем на внешнее воздействие в окрестности критической точки и точки спинодаль;  
 применять методы теории скейлинга (самоподобия) для решения практических задач.

владеть:

Основными методами математического аппарата статистической физики, математики фрактальных множеств, теории фазовых переходов, теории корреляционного поведения в окрестности критической точки и точки спинодаль, а также теории скейлинга (самоподобия);  
 навыками практического применения теоретического анализа для построения законов поведения конкретных сложных систем.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Корреляции, отклик, флуктуационно-диссипационная теорема.	4	6		5
2	Модель перколяции.	4	2		5
3	Ренормализационная группа.	3	4		5

4	Вероятность флуктуаций	2	2		5
5	Система с разрушением.	2	3		5
6	Скейлинг-поведение. Эффект конечного размера системы. Кросс-овер эффекты. Гомогенные функции и ренормализационная группа как источники скейлинг-поведения.	4	4		5
7	Теория фазовых переходов первого и второго рода. Модель Изинга.	4	4		5
8	Формализм статистической физики неравновесных состояний.	4	3		5
9	Фрактальные множества.	3	2		5
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

##### 1. Корреляции, отклик, флуктуационно-диссипационная теорема.

Корреляции в модели Изинга, восприимчивость, флуктуационно-диссипационная теорема. Какая величина может играть роль восприимчивости? Когда теплоемкость является восприимчивостью? Критерий Гинзбурга. Сравнение выполнения критерия для систем с ближним и дальним взаимодействием. Системы с перколяцией, отличие корреляционно-флуктуационного поведения от систем классической физики. Корреляции, восприимчивость как средний размер кластеров, флуктуационно-диссипационная теорема. Соотношение гиперскейлинга. Модель с разрушением, восприимчивость как теплоемкость.

##### 2. Модель перколяции.

Явления перколяции в природе. Перколяция узлов и перколяция связей. Виды решеток. Микроконфигурации как микросостояния. Одномерная решетка, критические индексы. Перколяция как фазовый переход второго рода. Квадратная решетка, решеточные звери. Решетка Бете, критические индексы. Случай произвольной решетки, предположение о распределении размеров кластеров, критические индексы. Грубость сделанного предположения, скейлинг-функция распределения размеров кластеров, критические индексы.

##### 3. Ренормализационная группа.

Построение ренормализационной группы. Фиксированные точки РГ. Улучшение точности предсказаний РГ.

Огрубление как преобразование подобия. Сохранение модели и поведения. Соответствие микроконфигураций как аксиоматика, сохранение вероятностей как следствие. Одномерная и двумерная модель Изинга. Одномерная и двумерная перколяция. Одномерная система с разрушением. Преобразование полевых параметров. Преобразование корреляционной длины. Преобразование критической точки. Фиксированные точки РГ. Почему РГ дает лишь приближенные результаты? Как улучшить точность результатов?

##### 4. Вероятность флуктуаций

Распределение вероятностей для флуктуаций параметра порядка. Окрестности критической точки и точки спинодаль, расходимость флуктуаций ввиду расходимости восприимчивости. Высшие производные распределения вероятностей как величины, определяющие различия фазовых переходов первого и второго рода. Какая величина является «истинной» восприимчивостью для систем с разрушением?

#### 5. Система с разрушением.

Ансамбль постоянства деформаций. Ансамбль постоянства напряжений. Разрушение как фазовый переход. Спинодальное замедление. Количественная характеристика разрушения. Модель пучка волокон. Микроконфигурации как микросостояния. Модель при  $\epsilon = \text{const}$ , эффективная температура. Модель при  $\sigma = \text{const}$ , разрушение как фазовый переход первого рода, замедление спинодаль.

#### 6. Скейлинг-поведение. Эффект конечного размера системы. Кросс-овер эффекты. Гомогенные функции и ренормализационная группа как источники скейлинг-поведения.

Скейлинг-функции. Эффект конечного размера системы. Кросс-овер эффекты. Гомогенные функции. Скейлинг-функции систем с перколяцией и магнитных систем. Сглаживание сингулярностей. Эффект конечного размера системы. Ширина зоны возникновения перколяции. Кросс-овер эффекты. Опасные переменные. Гомогенные функции как наиболее общий формализм явлений скейлинга. Ренормализационная группа как источник скейлинг-поведения.

#### 7. Теория фазовых переходов первого и второго рода. Модель Изинга.

Модель Изинга с взаимодействием ближайших соседей. Ближний и дальний порядок. Приближение среднего поля как пренебрежение флуктуациями. Теория фазовых переходов Ландау. Поведение равновесной и неравновесной свободной энергии. Потенциальный барьер, критический зародыш. Метастабильные состояния. Критическая точка. Спинодаль. Антиферромагнетики.

#### 8. Формализм статистической физики неравновесных состояний.

Микросостояния и флуктуации. Вероятность микросостояния и флуктуации. Логарифмическая точность, почему статсумма равна своему наибольшему слагаемому? Выбор свободной энергии термостатом, может ли система повлиять на этот выбор? Вероятность флуктуации. Наиболее общее определение энтропии и свободной энергии. Связь свободной энергии и вероятности. Частичные статсуммы. Вероятность Гиббса–Больцмана как распределение свободной энергии. Флуктуации как инструмент исследователя.

#### 9. Фрактальные множества.

Детерминистические и стохастические фракталы. Самоаффинные фракталы. Фракталы-деревья. Мультифракталы. Семинары.

Береговая линия Англии как стохастический фрактал. Тριάдная кривая Коха как детерминистический аналог. Фрактальная размерность. Определение размерности методом подсчета кубов. Скейлинг как метод определения размерности. Примеры фракталов. Самоаффинные фракталы. Фракталы-деревья. Геометрическое основание мультифрактала.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: доска, мел, тряпка. Желательна замена меловых досок на маркерные, а также применение мультимедийного оборудования (проектор) для лучшей организации лекции.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Статистическая физика сложных систем: От фракталов до скейлинг-поведения [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / С. Г. Абаимов .— М. : ЛИБРОКОМ, 2012 .— 392 с.
2. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 5, Ч. 1 : Статистическая физика : учеб. пособие для ун-тов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского .— 5-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2002, 2005, 2010 .— 616 с.
3. Лекции по статистической физике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. А. Максимов, А. В. Михеенков, И. Я. Полищук ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2011 .— 328 с.

### **Дополнительная литература**

1. Лекции по статистической физике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. А. Максимов, А. В. Михеенков, И. Я. Полищук ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— 2-е изд., испр. — М. : МФТИ, 2015 .— 320 с.
2. Введение в современную статистическую физику [Текст] : курс лекций для вузов / Р. О. Зайцев .— 2-е изд., испр. — М. : Едиториал УРСС, 2006 .— 400 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программой не предусмотрено

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Домашнее задание. Домашние задания издаются специальными выпусками в форме методических пособий для индивидуальной раздачи студентам, а также «выкладываются» на сайт кафедры.
  2. Защита курсовой работы, тема которой выбирается студентом самостоятельно из предложенного лектором списка (или выдается лектором) по истечении первого месяца занятий.
  3. В поддержку учебно-методического обеспечения самостоятельной работы студентов лектором издана одноименная с курсом монография, имеющаяся в наличии в библиотеке института.
- С целью преподавания курса лектором разработано методическое пособие (монография). При прохождении контрольной работы и сдаче экзамена студентам разрешается пользоваться литературой, поскольку задачи и вопросы сформулированы таким образом, что требуют не заучивания, но понимания предмета.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная и прикладная физика природных систем Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** С.Г. Абаимов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Равновесная статистическая механика сложных систем» обучающийся должен:

### знать:

Постулаты и принципы статистической физики неравновесных состояний;  
постулаты и принципы математического формализма фрактальных множеств;  
основные методы и подходы теории фазовых переходов первого и второго рода, включая приближение среднего (самосогласованного) поля и построение законов скейлинга (самоподобия) на основе формализма ренормализационной группы;  
методы построения аналогий в теории сложных систем;  
подходы и методы построения корреляций, отклика и флуктуационно-диссипационной теоремы;  
подходы и методы теории скейлинга (самоподобия), включая эффект конечного размера системы и кросс-овер эффекты.

### уметь:

Применять постулаты и принципы статистической физики и математики фрактальных множеств для изучения законов поведения макроскопических систем;  
применять на практике приближение среднего (самосогласованного) поля и методы ренормгруппы при решении задач физики фазовых переходов первого и второго рода как для термодинамических, так и для сложных систем;  
строить аналогии (отображения) между флуктуационным поведением сложных систем и законами поведения термодинамических систем статистической физики;  
применять подходы и методы теории фазовых переходов при изучении корреляционного поведения и отклика систем на внешнее воздействие в окрестности критической точки и точки спинодаль;  
применять методы теории скейлинга (самоподобия) для решения практических задач.



**владеть:**

Основными методами математического аппарата статистической физики, математики фрактальных множеств, теории фазовых переходов, теории корреляционного поведения в окрестности критической точки и точки спинодаль, а также теории скейлинга (самоподобия); навыками практического применения теоретического анализа для построения законов поведения конкретных сложных систем.

**3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Аттестация по дисциплине «Равновесная статистическая механика сложных систем» осуществляется в форме экзамена.

Оценка умений и навыков студентов проводится по результатам итоговой проверки знаний на экзамене, а также итогам работы студента в семестре, включающим участие студента в лекциях и семинарах, результаты контрольной работы, результаты сдачи домашнего задания, подготовка проектной работы.

Задание содержит три типа задач: разбираемые на семинарах, для самостоятельного решения и повышенной сложности.

### 4. Критерии оценивания

Аттестация студента проводится по 10-балльной шкале.

Конкретные условия оценки умений и навыков студентов, а также баллы за работу в семестре могут зависеть от лекционного потока и определяются лектором. Общим остается правило, при котором студент в течение семестра набирает баллы по участию в лекциях и семинарах, результатам контрольной работы и результатам сдачи задания. В ходе экзамена студент также набирает баллы, максимальное число которых равно максимальному числу баллов за работу в семестре. Итоговая экзаменационная оценка выставляется в соответствии со схемой, приведенной в таблице:

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 90%
отлично (9)	от 80% до 90% включительно
отлично (8)	от 70% до 80% включительно
хорошо (7)	от 60% до 70% включительно
хорошо (6)	от 50% до 60% включительно
хорошо (5)	от 40% до 50% включительно
удовлетворительно (4)	от 30% до 40% включительно
удовлетворительно (3)	от 20% до 30% включительно
неудовлетворительно (2)	Не получена удовлетворительная оценка

Экзамен проводится в устной форме. В ходе экзамена студент представляет проектную работу и отвечает на экзаменационные вопросы, которые могут быть как теоретическими вопросами, так и типовыми задачами. Сложность и количество вопросов определяется лектором и зависит от лекционного потока (как правило, два теоретических вопроса и одна задача).

К экзамену не допускаются студенты, не сдавшие задание. Оценка «хорошо» или «отлично» выставляется только при наличии аналогичной оценки за контрольную работу. Если студент получает за контрольную работу оценку «удовлетворительно» или «неудовлетворительно», но претендует на более высокую оценку по результатам работы в семестре или на экзамене, требуется передача контрольной работы на оценку «хорошо» или «отлично».

На досрочный экзамен допускаются студенты, имеющие оценку «хорошо» или «отлично» за работу в семестре, сдавшие задание и выполнившие задачи повышенной сложности.

Помимо стандартного пути проведения аттестации, студентам предоставляется возможность прохождения альтернативной аттестации. В ходе лекций лектор освещает ряд научных вопросов, ответы на которые отсутствуют в научной литературе. Если в ходе работы над проектной работой студенту удастся продвинуться в решении одной из этих проблем, представляющих реальный научный вызов, в объеме, делающим возможной

научную публикацию, лектор освобождает студента от необходимости прохождения контрольной работы и сдачи задания. Как правило, альтернативная аттестация требует высокого знания лекционного материала на досрочном экзамене, подразумевающего экзаменационную оценку «отлично (10)».

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

С целью преподавания курса лектором разработано методическое пособие (монография). При прохождении контрольной работы и сдаче экзамена студентам разрешается пользоваться литературой, поскольку задачи и вопросы сформулированы таким образом, что требуют не заучивания, но понимания предмета.